

# Eesti koolinoorte LXI täppisteaduste olümpiaad

## MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 4. detsembril 2013. a.

XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Tarvis on kolmest küljest tarastada rööpkülikukujuline maatükk, mille teravnurk on  $\alpha$ . Leidke minimaalne tara pikkus, kui tarastatud maatükki pindala peab olema  $400m^2$ .
2. Arvud  $a$ ,  $b$  ja  $c$  on geomeetrilise jada järjestikused liikmed. Leia avaldise 
$$\frac{\log_b 2 \cdot (\log_{a^2} c - \log_c \sqrt{a})}{\log_a 4 - 2\log_c 2}$$
 väärtus.
3. Tõesta, et arv  $\underbrace{11\dots1}_{2014} \underbrace{155\dots5}_{2013} 56$  on täisruut (*täisarvu ruut*).
4. Nelinurga  $ABCD$  sisepiirkonnas on valitud punkt  $O$  nii, et ta ei asu diagonaalil  $BD$  ning  $\angle ODC = \angle CAB$  ja  $\angle OBC = \angle CAD$ . Tee abistav joonis ning tõesta, et  $\angle ACB = \angle OCD$ .
5. Antud on ruudustik mõõtmetega  $10 \times 10$ . Milline on maksimaalne arv ruute, mida saab värvida ära nii, et ruudustikus ei leiduks ühtegi ristkülikut mõõtmetega  $1 \times 4$ , mille kõik 4 ruutu oleksid värvitud?